

ОБУЧЕНИЕ САМОКОНТРОЛЮ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ «ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА» В КУРСЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Раскина Ирина Ивановна, д.п.н., профессор
Омский государственный педагогический университет
Омский автобронетанковый инженерный институт
Курганова Наталья Александровна, к.п.н., доцент
Омский государственный педагогический университет
i_raskina@mail.ru, kurganovana@yandex.ru

Аннотация: В статье рассматривается организация самоконтроля при обучении студентов в курсе исследования операций. Выделены основные этапы обучения самоконтролю. Сущность каждого этапа раскрывается на примере решения задач линейного программирования геометрическим методом с использованием математических пакетов MathCad, Maple и специализированного приложения SimplexWin. Овладение навыками самоконтроля создает условия достижения развивающих целей обучения.

Ключевые слова: Самоконтроль, исследование операций, задача линейного программирования, геометрический метод, MathCad, Maple, SimplexWin.

TRAINING STUDENTS OF APPLIED INFORMATICS TO SELF-ASSESSMENT IN THE COURSE OPERATIONS RESEARCH

Raskina Irina Ivanovna, ScD in Education, Professor
Omsk state pedagogical University
Omsk tank-automotive engineering Institute
Kurganova Natalya Alexandrovna, PhD in Education, Associate Professor
Omsk state pedagogical University
i_raskina@mail.ru, kurganovana@yandex.ru

Abstract: The article deals with the self-assessment organization during the students training process of operations research. The main steps of self-assessment are distinguished. The essence of each step is shown in the context of solving linear programming tasks by the geometrical method with MathCad, Maple and specialized application SimplexWin. Self-assessment skills development contributes to the achievement of education purposes.

Key words: self-assessment, operations research, linear programming task, geometrical method, MathCad, Maple, SimplexWin.

Одной из главных целей обучения является развитие обучающегося, включающее развитие его мышления, познавательных процессов (внимания, восприятия, памяти, представления и воображения), развитие элементов творческой деятельности, развитие мировоззрения, развитие навыков учебной деятельности. Достижение развивающих целей обучения связано с использованием в учебной деятельности контроля и самоконтроля. В психолого-педагогической литературе самоконтроль определяется как осознание и оценка субъектом собственных действий, психологических процессов и состояний, предполагающее наличие эталона и возможности получения сведений о контролируемых действиях и состояниях.

Для формирования навыков самоконтроля необходимо научить студентов таким умениям как умение оценивать свою работу адекватно, умение видеть свои ошибки и находить рациональные способы решения проблемы, умение применять алгоритм действий, согласно изменившимся условиям, умение изменять алгоритм своих действий в условиях новой ситуации, самостоятельно составлять проверочные задания, разрабатывать алгоритм проверочного действия.

Рассмотрим процесс обучения самоконтролю студентов направления «Прикладная информатика» на примере темы «Геометрический метод решения задач линейного программирования» в курсе исследования операций.

Организация обучения самоконтролю проводится поэтапно.

Этап 1. Самоконтроль основных дефиниций по теме.

Перед выполнением лабораторных работ студентам необходимо ответить на ряд теоретических вопросов, демонстрирующих их понимание изучаемой темы.

Приведем примерные вопросы:

1. Какова математическая модель общей задачи линейного программирования?
2. В чем отличие стандартной задачи от общей задачи линейного программирования?
3. В чем отличие канонической задачи от общей задачи линейного программирования?
4. Как записывается базисное решение задачи линейного программирования?
5. Что собой представляет система ограничений задачи линейного программирования на плоскости?
6. Каким образом строится полуплоскость на плоскости?
7. Каким образом можно объяснить, что точку $(0,0)$ нельзя выбрать в качестве контрольной точки для определения полуплоскости неравенства $2x_1 - 3x_2 \geq 0$?
8. Что собой представляет целевая функция на плоскости?
9. Каким образом задаются координаты вектора \vec{c} на плоскости?
10. В чем заключается основное назначение построения вектора \vec{c} при решении задачи линейного программирования геометрическим методом?
11. Каким образом на плоскости можно построить линию уровня для заданной задачи линейного программирования?
12. Каким образом находятся точки для построения вектора нормали относительно вектора целевой функции \vec{c} ?
13. Каким образом может быть представлен оптимальный план на плоскости?
14. Если в качестве области допустимых решений выступает выпуклый многоугольник, то каким образом представлен оптимальный план на плоскости?
15. Какие возможные записи оптимальных решений возможны?
16. Что мы можем сказать про допустимые и оптимальные планы, если в ответе записано $-f_{\max} = \infty$?
17. Что мы можем сказать про допустимые и оптимальные планы, если в ответе записано $-D = \emptyset$?
18. Как записывается ответ, если в качестве оптимального плана представлены все точки отрезка?

После того как студенты правильно ответили на все теоретические вопросы, они могут приступить к выполнению заданий лабораторной работы.

Этап 2. Выполнение заданий по алгоритму.

Студентам предлагается задание, при выполнении которого они должны достигнуть результата, совпадающего с предложенным образцом. Отметим, что студентам необходимо осуществить промежуточный самоконтроль на каждом отдельном шаге.

При реализации пошагового алгоритма решения задачи линейного программирования геометрическим методом целесообразно использовать математические пакеты во избежание неточности ручных вычислений. Предлагаем использовать в качестве такого пакета, пакет MathCad.

Задание. Выполните пошаговый алгоритм решения задачи линейного программирования геометрическим методом в математическом пакете MathCad.

Целевая функция: $f = 7x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

Система ограничений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \leq 5, \end{cases}$$

Условие неотрицательности переменных:

$$x_{1,2} \geq 0$$

В представленной задаче две переменные, поэтому имеется возможность ее решения на основе использования геометрического метода.

Порядок выполнения работы:

1. Запишите основные начальные условия задачи.

- 1.1. Используя команду Insert – Text Region запишите тему лабораторной работы.
 - 1.2. Вставьте в документ MathCad основные данные: значение целевой функции и систему ограничений.
 2. Определите область допустимых решений
 - 2.1. Постройте прямые для каждого неравенства системы ограничений.
 - 2.2. При задании каждой прямой используйте логическое равенство.
 - 2.3. Выразите переменную x_2 для каждого равенства, используя команду Symbolics-Variable – Solve.
 - 2.4. Постройте графики функций $y_1(x)$, $y_2(x)$, $y_3(x)$, $y_4(x)$ на одном чертеже.
 - 2.5. Измените параметры окна отображения графиков, выбрав тип Crossed.
 - 2.6. Задайте только положительное значение для переменных x_1 и x_2 , тем самым визуализируя только первую координатную четверть, в пределах которой и будет находиться область допустимых решений.
 - 2.7. Увеличьте окно, в котором отображаются графики функций.
 - 2.8. Определите полуплоскость для каждого ограничения системы, используя панель инструментов Programming, запрограммировав проверку принадлежности контрольной точки искомой полуплоскости.
 - 2.9. Укажите имя функции, которая позволит определить верхнюю или нижнюю полуплоскость необходимо выбрать для каждой прямой.
 - 2.10. Выберите на панели программирования строчку Add line для задания двух строк.
 - 2.11. Запишите в первую строчку «1», указав неравенство, которое задаваемая точка будет обращать в истинное.
 - 2.12. Запишите во вторую строчку «0», указав неравенство, которое задаваемая точка будет обращать в ложное.
 - 2.13. Возьмите в качестве контрольной точки для определения полуплоскости – точку с координатами (0; 0), так как она не принадлежит ни одной прямой из заданной системы ограничений.
 - 2.14. Выделите область допустимых решений на основе выдаваемых результатов запрограммированных конструкций.
 - 2.15. Проверьте, что область допустимых решений – выпуклый пятиугольник.
 3. Постройте семейство линий уровня
 - 3.1. Запишите линию уровня аналогично пункту 2.2.
 - 3.2. Используйте в очередной раз команду Symbolics – Variable – Solve представьте линию уровня в виде $y = kx + b$.
 - 3.3. Запишите уравнение линии уровня, которое выражено через переменную x_2 .
 - 3.4. Задайте имя функции, как $L(x_1, C)$, с целью дальнейшего построения семейства линий уровня.
 - 3.5. Установите первоначальное значение параметру C , например, $C:=4$.
 - 3.6. Постройте линию уровня на той же плоскости, что и область допустимых решений при указанном значении параметра C .
 - 3.7. Определите положение линии уровня относительно найденной области допустимых решений.
 4. Найдите оптимальный план
 - 4.1. Произведите процесс моделирования движения линии уровня относительно области допустимых решений, изменяя значение параметра C .
 - 4.2. Установите адекватное положение линии уровня на чертеже с целью определения оптимального плана.
 - 4.2. Определите угловую точку – последнюю точку выхода линии уровня за пределы выпуклого многоугольника.
 - 4.3. Установите, какие прямые задают найденную точку выхода.
 - 4.4. Решите систему двух линейных уравнений относительно найденных прямых, используя команду Given ... Find.
 - 4.5. Получите вектор от двух переменных x_1 и x_2 .
 5. Найдите оптимальное значение функции
 - 5.1. Запишите заданную целевую функцию от двух переменных.
 - 5.2. Подставьте координаты вектора в исходную функцию.
 6. Запишите ответ
 - 6.1. Запишите координаты оптимального плана.
 - 6.2. Запишите чему равно оптимальное значение функции.
- Этап 3.** Адекватное оценивание своего решения.

Для организации проверки решения задачи линейного программирования, выполненного вручную или пошагово в любом математическом пакете, следует использовать встроенные функции этих же пакетов, позволяющие вычислять оптимальные планы. Приведем пример организации самоконтроля при помощи математического пакета MachCad.

Студентам предлагается оценить правильность решения, записанного ответа уже решенной задачи. Отметим, что решение могло быть выполнено как ручным способом, так и пошагово в математическом пакете MachCad или любом другом инструментальном средстве.

На данном этапе обращается внимание студентов на то, что встроенная в MachCad функция Maximize выдает сразу оптимальное значение функции при заданных переменных без визуализации промежуточных результатов. Исходные данные задаются аналогичным образом при помощи команды Given.

Целесообразно обратить внимание студентов на последовательность шагов, реализуемых в ходе правильности результатов своей работы.

Порядок выполнения работы:

1. Запишите основные начальные условия задачи.

1.1. Задайте целевую функцию от двух переменных в математическом пакете MachCad.

1.2. Укажите начальные значения переменных x_1 и x_2 .

1.3. Запишите систему ограничений задачи линейного программирования, используя команду Given.

1.4. Задайте условие неотрицательности переменных, если это необходимо по условию задачи.

2. Найдите оптимальный план.

2.1. Используйте встроенную в математический пакет MathCad функцию для нахождения значений переменных x_1 и x_2 , при которых функция f достигает своего максимума

2.2. Присвойте значение этой функции какой-нибудь переменной.

3. Найдите оптимальное значение функции

3.1. Подставьте координаты переменной, заданной в пункте 2.2, в исходную функцию.

4. Запишите ответ

Этап 4. Применение алгоритма действий, согласно изменившимся условиям.

Для закрепления теоретического и практического материала студентам предлагается выполнить ряд следующих задач, в которых изменены начальные условия.

Задачи о составлении плана производства

Задача 1. Предприятие химической промышленности выпускает соляную и серную кислоту. Выпуск одной тонны соляной кислоты приносит предприятию прибыль в размере 25 ден. ед., выпуск одной тонны серной кислоты – 40 ден. ед. Для выполнения плана необходимо выпустить не менее 200 т соляной кислоты и не менее 100 т серной кислоты. Кроме того, необходимо учитывать, что выпуск кислот связан с образованием опасных отходов. При выпуске одной тонны соляной кислоты образуется 0,5 т опасных отходов, при выпуске одной тонны серной кислоты – 1,2 т опасных отходов. Общее количество опасных отходов не должно превышать 600 т, так как превышение этого ограничения приведет к выплате предприятием крупного штрафа.

Требуется определить, сколько соляной и серной кислоты должно выпустить предприятие, чтобы получить максимальную прибыль [3].

Задача 2. Предприятие выпускает два вида продукции: A и B . Для производства продукции используется сырье трех типов. На изготовлении изделия A затрачивается 3, 2, 4 единиц сырья каждого типа. На изготовление изделия B затрачивается 2, 3, 3 единиц сырья каждого типа. Предприятие обеспечено сырьем каждого типа в количестве 333, 202, 242 единиц. Прибыль от реализации единицы изделия A и B составляет 25 и 24 денежных единиц соответственно. Определить оптимальный план реализации товаров, обеспечивающих торговому предприятию максимальную прибыль [2].

Задача 3. Один из цехов машиностроительного предприятия выпускает изделия двух видов: корпуса и задвижки. Для производства этих изделий требуются три вида сырья: алюминий, сталь и пластмасса. На выпуск одного корпуса расходуется 20 кг алюминия, 10 кг стали и 5 кг пластмассы. На выпуск одной задвижки расходуется 5 кг алюминия, 5 кг стали и 20 кг пластмассы. Запасы ресурсов ограничены: за рабочую смену цех может израсходовать не более 200 кг алюминия, 250 кг стали и 500 кг пластмассы. Определите количество выпускаемых изделий, при котором прибыль от их производства будет максимальной. Прибыль от выпуска одного корпуса составляет 100 ден. ед., а прибыль от выпуска задвижек составит 300 ден. ед. [3]

Этап 4. Изменение алгоритма своих действий в условиях новой ситуации.

Для реализации этого этапа студентам предлагается организовать самоконтроль результатов своей деятельности в других математических и специализированных пакетах, например, в Maple, в Excel, в специализированном пакете SimplexWin.

Приведем пример задания.

Задание. Используя Maple, найдите оптимальный план и оптимальное значение целевой функции для определенной задачи линейного программирования, реализовав предложенный алгоритм.

Пример задачи линейного программирования.

Целевая функция: $f = 7x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

Система ограничений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \leq 5, \end{cases}$$

Условие неотрицательности переменных:

$$x_{1,2} \geq 0$$

Студентам предлагается оценить правильность решения, записанного ответа уже решенной задачи, но уже на основе анализа данных, полученных в других математических пакетах.

На данном этапе обращается внимание студентов, что встроенная в Maple функция Maximize [1], аналогично пакету MachCad выдает сразу оптимальное значение функции при заданных переменных без визуализации промежуточных результатов.

Таким же образом, студентам предлагается схема действий по проверке задач в математическом пакете Maple, особые акценты расставляются на отличиях, имеющихся в математических пакетах.

Порядок выполнения работы:

1. Подключите библиотеку simplex, предназначенную для оптимизации линейных систем с использованием симплексного алгоритма.

1.1. Используйте команду

> **with(simplex):**

2. Запишите основные начальные условия задачи.

2.1. Используйте функцию Insert – Text для записи текстовой информации.

2.2. Задайте целевую функцию:

> **f:=7*x1+6*x2;**

2.3. Запишите систему ограничений.

> **so:={2*x1+5*x2<=10, 5*x1+2*x2>=10, 2*x1+x2<=6, x1+3*x2<=5};**

3. Найдите оптимальный план.

3.1. Используйте встроенную в математический пакет Maple функцию для нахождения значений переменных x_1 и x_2 , при которых функция f достигает своего максимума.

3.2. Обратите внимание на формат функции: maximize(<функция>, <система ограничений>, <опции>);

3.3. Задайте условие неотрицательности переменных, если это необходимо по условию задачи. Условие неотрицательности переменных задается при помощи опции NONNEGATIVE.

3.4. Присвойте значение этой функции какой-нибудь переменной.

> **opt_znach:=maximize(f,so,NONNEGATIVE);**

4. Найдите оптимальное значение функции

4.1. Подставьте координаты переменной, заданной в пункте 2.4, в исходную функцию, используя команду subs.

> **fmax:=subs(x1=13/5,x2=4/5,f);**

5. Запишите ответ.

5.1. Используйте функцию evalf для представления ответа в форме действительного числа с 2 значащими цифрами.

> **fmax:=evalf(fmax,2);**

Особенным образом выделим такое специализированное приложение, как SimplexWin. Данное приложение предназначено для решения задач линейного программирования, причем оно

позволяет организовать не только оценку адекватности решения, но и процесса решения задачи линейного программирования.

Приведем пример задания.

Задание. Используя специализированный пакет SimplexWin, найдите оптимальный план и оптимальное значение целевой функции для определенной задачи линейного программирования, реализовав предложенный алгоритм.

Пример задачи линейного программирования.

Целевая функция: $f = 7x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

Система ограничений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \leq 5, \end{cases}$$

Условие неотрицательности переменных: $x_{1,2} \geq 0$

Порядок выполнения работы:

1. Запишите основные начальные условия задачи.

1.1. Установите требуемый размер матрицы ограничений, выбрав в меню команды Настройки – Размер матрицы (рис. 1).

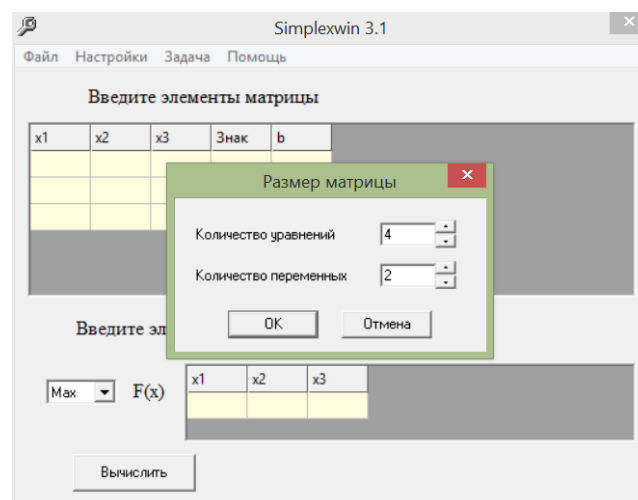


Рис. 1. Определение размера матрицы

1.2. Запишите коэффициенты при соответствующих переменных.

1.3. Укажите знаки неравенств.

1.4. Запишите столбец свободных членов.

1.5. Запишите коэффициенты целевой функции, укажите к чему стремиться целевая функция (рис. 2).

Если задана стандартная задача или задача линейного программирования в общем виде, то дополнительные переменные, соответствующие им коэффициенты целевой функции добавляются автоматически.

Simplexwin 3.1

Файл Настройки Задача Помощь

Введите элементы матрицы

x1	x2	Знак	b
2	5	>=	10
5	2	>=	10
2	1	<=	6
1	3	<=	5

Введите элементы функции

Max F(x)

x1	x2
7	6

Вычислить

Рис. 2. Ввод данных

2. Найдите оптимальный план и оптимальное значение функции.

2.1. Нажмите кнопку «Вычислить».

2.2. Нажмите кнопку «Результат».

2.2. Получите форму «Результаты» (рис. 3).

Simplexwin 3.1

Результаты

Базис	БП	x1	x2	x3	x4	x5	x6	z1
x3	10	2	5	1	0	0	0	0
z1	10	5	2					
x5	6	2	1					
x6	5	1	3					
ИС	-10M	-5M-7	-2M					

Шаг симплекс метода

Результат

Авто

Вручную

Вывод результатов

Excel

Результат

План оптимален $x^* = (13/5, 4/5)$
 $f(x^*) = 23$

OK

Добавлено 1 дополнительный искусственный базис
 Выбран ключевой элемент (2,1)
 Выбран ключевой элемент (4,2)
 Выбран ключевой элемент (3,4)

Рис. 3. Форма «Результаты»

3. Запишите ответ.

Этап 5. Самостоятельное составление проверочных заданий.

На основе специализированного пакета SimplexWin студенты могут достаточно просто самостоятельно составлять проверочные задания для последующего их решения в других математических пакетах. Особенно важным представляется тот момент, что можно рассмотреть, как изменится результат решения задачи в зависимости от знаков неравенств системы.

Пример задачи линейного программирования, рассматриваемой на предыдущих этапах, но с измененным неравенством в системе ограничений.

Целевая функция: $f = 7x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

Система ограничений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \leq 5, \end{cases}$$

Условие неотрицательности переменных:

$$x_{1,2} \geq 0$$

Решим данную задачу, используя пакет SimplexWin. Как видно из рисунка (рис. 4), данная задача не имеет оптимального плана. Нажав, кнопку «Вручную» можно посмотреть детальное решение задачи.

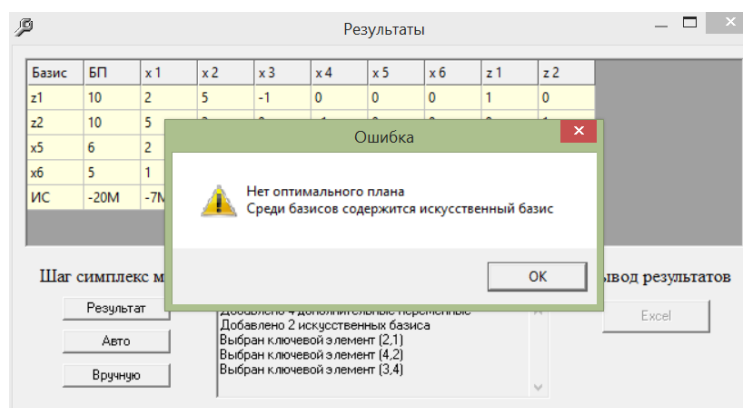


Рис. 3. Результат решения задачи

Использование самоконтроля при обучении студентов направления «Прикладная информатика» в курсе исследования операций позволяет эффективно формировать профессиональные компетенции, определенные ФГОС высшего образования по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика (уровень бакалавриата), а также создает условия достижения обучающимися развивающих целей обучения.

Список литературы

1. Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие. – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.
2. Сборник задач и упражнений по высшей математике: Математическое программирование / Под общей ред. А.В. Кузнецова и Р.А. Рутковского. – Мн.: Вышая школа, 2002. – 447 с.
3. Смородинский С.С. Оптимизация решений на основе методов и моделей математического программирования: Учеб. пособие по курсу «Системный анализ и исследование операций» для студентов специальности «Автоматизированные системы обработки информации» дневной и дистанционной форм обучения. / С.С. Смородинский, Н.В. Батин. – Мн.: БГУИР, 2003. – 136 с.